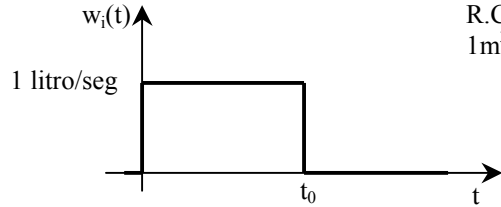
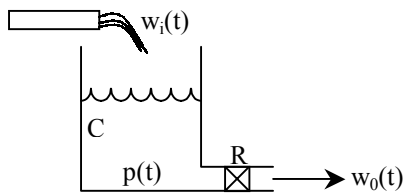


Análisis de Señales y Sistemas. U.T.N. F.R.B.A. Dto de Electrónica.
Examen Final. 7/8/2001

1. En la siguiente figura se muestra un sistema hidráulico donde $w_i(t)$ es el flujo de fluido de entrada [m^3/s] y $p(t)$ es la presión relativa en el fondo del tanque con respecto a la presión de salida de la válvula [N/m^2]. La capacitancia hidráulica C define la inversa de la relación entre el cambio de presión y el cambio de volumen (m^3 por N/m^2). La resistencia R hidráulica define la relación entre presión y flujo (N/m^2 por m^3/s) ejercida por la válvula de salida.



$R.C = 143 \text{ seg.}$
 $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litros}$

La ecuación diferencial que modeliza el sistema es : $w_i(t) = C \frac{d}{dt} p(t) + w_o(t)$ con $w_o(t) = \frac{1}{R} p(t)$.

- Realizar un modelo eléctrico con flujo = corriente y presión = tensión. Colocar en el circuito todas las constantes presentes. **(0.5ptos)**
 - Expresar la ecuación diferencial solo en función $w_o(t)$ dejando a $w_i(t)$ como entrada. **(0.5ptos)**
 - Resolver la ecuación diferencial para la entrada $w_i(t)$ dada y graficar la salida $w_o(t)$. Nota: Dejar todo expresado en función de t_0 . (Condiciones iniciales nulas) **(0.5ptos)**
 - Determinar la constante t_0 para que el flujo de salida máximo a t_0 sea 0.5 litros/segundo. **(0.5ptos)**
 - Calcular la transferencia $H(s) = \frac{W_o(s)}{W_i(s)}$ y graficar el diagrama de polos y ceros. **(0.5ptos)**
 - Calcular la respuesta en frecuencia $H(\omega)$ y graficar su módulo en función de ω . **(0.5ptos)**
 - Calcular el valor de ω para el cual el módulo de la transferencia ($|H(s)|$) cae $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de $H(\omega=0)$. **(0.5ptos)**
 - Si el flujo de entrada $w_i(t)$ fuera pulsátil y se desea utilizar el tanque de la figura para conseguir un flujo $w_o(t)$ mas continuo : ¿Qué habría que hacer con el valor de $R.C$? ¿Cómo se ve eso en el diagrama de polos y ceros? ¿Cómo se ve en la respuesta en frecuencia? **(0.5ptos)**
2. Un defasador de 90° es un sistema discreto con respuesta en frecuencia:

$$H(\Omega) = \begin{cases} -j & 0 < \Omega < \pi \\ j & -\pi < \Omega < 0 \end{cases}$$

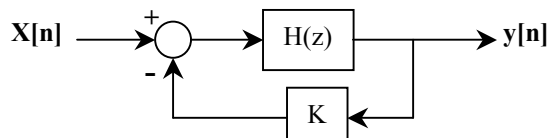
Note que el módulo es constante para todo Ω y la fase es $-\pi/2$ para $0 < \Omega < \pi$ y $\pi/2$ para $-\pi < \Omega < 0$.

Encuentre la respuesta impulsional $h[n]$. **(2ptos)**

3. Si la frecuencia de Nyquist para muestrear $x_a(t)$ es f_s : ¿Cuál es la frecuencia de muestreo para las siguientes señales derivadas de $x_a(t)$? Suponer que $x_a(t)$ es una señal acotada en banda (o en frecuencia). Justificar cada punto.

- $\frac{dx_a(t)}{dt}$ Ayuda: Aplicar transformada de Fourier. **(0.5ptos)**
- $x_a(2t)$ **(0.5ptos)**
- $x_a^2(t)$ Ayuda: Aplicar la propiedad de modulación : $x(t) \cdot x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2\pi} (X(\omega) * X(\omega))$ **(1pto)**

4. Sea el siguiente sistema discreto:

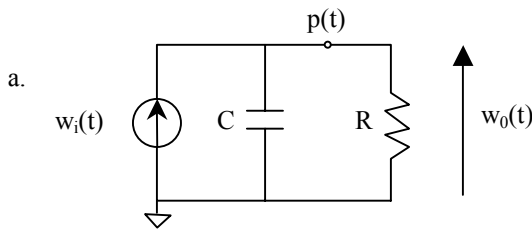


Con $H(z) = \frac{2}{1 - 2z^{-1}}$. Calcular el valor de la constante $K > 0$ para que el sistema sea estable. **(2ptos)**

Análisis de Señales y Sistemas. U.T.N. F.R.B.A. Dto de Electrónica.
Examen Final. 7/8/2001

Resuelto:

1.



b.
$$\frac{w_i(t)}{R \cdot C} = \frac{dw_o(t)}{dt} + \frac{w_o(t)}{R \cdot C} \Rightarrow \frac{w_i(t)}{143} = \frac{dw_o(t)}{dt} + \frac{w_o(t)}{143}$$

c.
$$w_o(t) = \begin{cases} 1 \cdot 10^{-3} (1 - e^{-t/143}) & \text{si } t_0 > t > 0 \\ 1 \cdot 10^{-3} (1 - e^{-t_0/143}) e^{-\frac{(t-t_0)}{143}} & \text{si } t > t_0 \end{cases}$$

d.
$$0,5 \cdot 10^{-3} = 1 \cdot 10^{-3} (1 - e^{-t_0/143})$$

$$t_0 = -143 \cdot \ln(0,5) = 99 \text{ seg}$$

e.
$$H(s) = \frac{W_o(s)}{W_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{1}{143 \cdot s + 1}$$

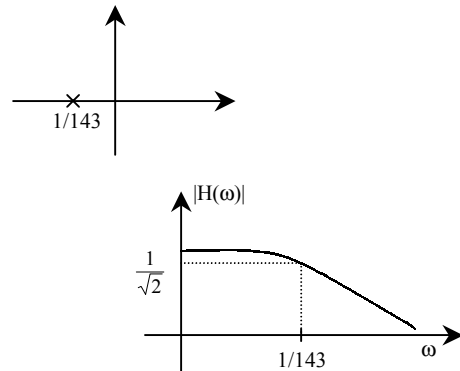
$$H(\omega) = \frac{W_o(\omega)}{W_i(\omega)} = \frac{1}{j\omega RC + 1} = \frac{1}{143 \cdot j\omega + 1}$$

f.
$$|H(\omega)| = \left| \frac{1}{143 \cdot j\omega + 1} \right| = \frac{1}{143 \cdot \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{143^2}}}$$

g.
$$\frac{1}{143 \cdot \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{143^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\omega = \frac{1}{143} \text{ r/s}$$

- h. Subir el valor de RC coloca la frecuencia de corte en un valor mas bajo; el filtro pasa bajos resultante es mas efectivo. El polo se desplaza hacia la derecha acercándose al origen. La frecuencia de corte tiende a cero.



2.

$$h[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^0 j e^{j\Omega n} d\Omega - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} j e^{j\Omega n} d\Omega = \frac{1}{2\pi n} e^{j\Omega n} \Big|_{-\pi}^0 - \frac{1}{2\pi n} e^{j\Omega n} \Big|_0^{\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\pi n} (1 - e^{-j\Omega n}) - \frac{1}{2\pi n} (e^{-j\Omega n} - 1) = \frac{1}{n\pi} (1 - e^{-j\Omega n}) = \frac{1}{n\pi} (1 - (-1)^n)$$

$$h[n] = \begin{cases} \frac{2}{n\pi} & n \text{ impar} \\ 0 & n \text{ par} \end{cases}$$

Análisis de Señales y Sistemas. U.T.N. F.R.B.A. Dto de Electrónica.
Examen Final. 7/8/2001

3.

- a. Si la frecuencia máxima de $x_a(t)$ es f_{\max} , la frecuencia de muestreo es $f_s = 2f_{\max}$. En estas condiciones al derivar: $\frac{dx_a(t)}{dt} \xrightarrow{s} j\omega X_a(\omega)$, con lo cual la frecuencia máxima se mantiene y por lo tanto la de muestreo.
- b. $x_a(2t) \xrightarrow{s} \frac{1}{2} X_a\left(\frac{\omega}{2}\right)$, El eje temporal se comprime y el frecuencial se expande al doble. La frecuencia de muestreo debe ser el doble: $2f_s$.
- c. Al convolucionar una señal acotada en banda, el ancho de banda crece al doble, por lo tanto la frecuencia de muestreo debe ser el doble: $2f_s$.

4.

$$Q(z) = \frac{H(z)}{1 + K \cdot H(z)} = \frac{2}{1 - 2z^{-1} + 2K} = \frac{2z}{z(1 + 2K) - 2}$$

$$z(1 + 2K) - 2 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{2}{1 + 2k}$$

$$|z| < 1 \Rightarrow \left| \frac{2}{1 + 2k} \right| < 1 \Rightarrow k > \frac{1}{2}$$